

Análisis de propuestas de enseñanza del teorema de Thales en textos escolares

**María José Arias Mercader^(1,3), María Laura Rodríguez¹, Gianina Gambetta¹,
Víctor Ferioli², Cecilia Alincastro¹**

¹ Instituto de Investigación en Humanidades y Ciencias Sociales. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad Nacional de La Plata

² Facultad de Psicología. Universidad Nacional de La Plata

³ mjariasmercader@gmail.com

Resumen

En este trabajo se presentan algunos resultados de un estudio desarrollado en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo de la Universidad Nacional de la Plata, “Diseño de secuencias de enseñanza de nociones geométricas y químicas: la Geometría en la escuela secundaria; y la Geometría molecular de la escuela a la universidad”. En el mismo, se consideraron las propuestas para la enseñanza de nociones geométricas que se promueven en los textos que con mayor frecuencia emplean para planificar sus clases, las y los docentes de escuelas secundarias de la región del Gran La Plata. En particular, esta ponencia indaga en las propuestas para la enseñanza del teorema de Thales presentes en dichos manuales, y su relación con las prescripciones de los documentos oficiales. Se analizaron las prácticas de enseñanza que proponen, los tipos de tareas que prevalecen y las formas de demostración que promueven. Se encontró que uno de los dos textos analizados sigue los lineamientos presentes en los documentos oficiales, aunque no resultó el más elegido por las y los docentes participantes de la investigación.

Palabras clave: textos escolares; escuela secundaria; teorema de Thales; enseñanza de la Geometría

Introducción

El trabajo que se describe a continuación forma parte del Proyecto de Investigación y Desarrollo “Secuencias de enseñanza de nociones geométricas y químicas: la Geometría en la escuela secundaria; y la Geometría molecular de la escuela a la universidad”, dependiente del Instituto de Investigaciones en Humanidades y Ciencias Sociales de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de La Plata. Una de las dos líneas que aborda dicho Proyecto, se aboca a la elaboración de secuencias de enseñanza de nociones geométricas destinadas a la escuela secundaria, y entre las tareas desarrolladas al interior de la misma, se encuentra el análisis de la enseñanza de la geometría propuesta en los textos escolares. En particular, esta ponencia se enfoca en la enseñanza del teorema de Thales presente en los manuales o textos escolares más empleados por los docentes de la región del Gran La Plata, provincia de Buenos Aires.

Ceballos y Blanco (2008), entienden al texto escolar como el libro que utilizan las y los estudiantes. En dicho texto se esperaría que se desarrollen los contenidos prescriptos en el diseño curricular, teniendo en cuenta las orientaciones metodológicas y criterios de evaluación para cada materia y nivel educativo. Por su parte, Villella y Contreras González (2005) encuentran en numerosas investigaciones, que las y los docentes admiten recurrir con frecuencia al libro de texto para planificar sus clases. Resulta relevante, entonces, analizar el tratamiento que otorgan los textos escolares más utilizados por el profesorado a los distintos temas. Como plantean González Astudillo y Sierra Vázquez (2004), dichos materiales permiten estudiar los enfoques otorgado a un concepto en diferentes momentos. También permiten describir los posicionamientos para la enseñanza vigentes en cada época.

En cuanto a investigaciones sobre propuestas de enseñanza de la geometría presente en los textos escolares, García Moreno y Guillén Soler (2008) encuentran que en Valencia, bajo la última ley de educación española, en dichos materiales se proponen más actividades que en años anteriores, y que las mismas apuntan más a la medición y a las construcciones con regla y compás que a clasificar y describir.

También en encontramos investigaciones en nuestro país. Oliver y otros (2003), indagan en tres de los textos más usados por docentes con estudiantes entre 12 y 15 años, hallando que las secuencias presentadas no aportan a la construcción de conocimiento geométrico, y no habilitan la resolución de los problemas planteados. Por su parte, Juan (2007) concluye que los contenidos geométricos son minoritarios en textos de primer

año que estudia, y que en pocas actividades se favorece la demostración o la justificación.

En cuanto a la enseñanza del teorema de Thales en los textos, Escudero Pérez (2005), estudia los manuales correspondientes a los diseños curriculares de Andalucía de 1995, agrupándolos en tres tipos, de acuerdo a la presentación que hacen del teorema. En el primer grupo, el teorema de Thales es punto de partida para introducir y estudiar conceptos nuevos, como semejanza de triángulos y teoremas en el triángulo rectángulo. En un segundo grupo, la secuencia comienza con ideas intuitivas de figuras semejantes, avanzando hacia polígonos y triángulos semejantes. Se introduce el teorema para estudiar criterios de semejanza de triángulos y construir figuras homotéticas, midiendo segmentos y generalizando resultados. Finalmente, en un tercer grupo de textos, el teorema surge en actividades experimentales y, aunque relacionado con triángulos semejantes, no se utiliza para justificar otras propiedades. Ante las restricciones en torno a la enseñanza del teorema de Thales y la semejanza, la autora se plantea si su permanencia en los diseños curriculares se debe más a la tradición, que a su rol como generador de otros conceptos.

Marco teórico

El estudio del teorema de Thales se vincula estrechamente con la proporcionalidad de segmentos y la semejanza de figuras, y su tratamiento se prevé en el Diseño Curricular (DC) para el 3er Año de Educación Secundaria de la Provincia de Buenos Aires (2009), para jóvenes de 14 y 15 años. Allí se incluye como núcleo de contenidos: teorema de Thales, semejanza y homotecias, indicándose trabajar problemas de división de segmentos en partes congruentes y proporcionales; estudiar figuras semejantes; establecer criterios de semejanza de triángulos y aplicarlos a los triángulos rectángulos; estudiar la homotecia y construir figuras en escala; establecer relaciones entre áreas y perímetros de polígonos semejantes; y entre volúmenes y áreas de cuerpos semejantes. El DC propone, para ese nivel educativo, centrar el trabajo geométrico en la deducción y el análisis de las propiedades de figuras y cuerpos. Propicia que, partiendo de la exploración de figuras, las y los estudiantes formulen conjeturas en relación con las propiedades de los mismos, y elaboren argumentaciones que les permitan validarlas, en el marco de la resolución de problemas. Por su parte, los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios (NAP) acordados en el Consejo Federal de Educación, establecen, entre otros aspectos, que las situaciones de enseñanza propuestas deben promover una

concepción de la Matemática según la cual se obtienen resultados como consecuencia necesaria de la puesta en juego de ciertas relaciones (2012). En este sentido, Sadovsky (2010) promueve la indagación y enunciación de propiedades en el marco de la resolución de problemas, y sostiene que la reflexión de las y los estudiantes sobre el trabajo matemático está ligada a la producción de explicaciones.

Sin embargo, los textos podrían favorecer que las y los docentes adopten prácticas de tipo ostensivo, caracterizadas por proporcionar a las y los estudiantes “*todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción visualizada*” (Porrás y Martínez, 2007, p.42), proponiéndoles que lean aspectos teóricos, observen ejemplos y resuelvan ejercicios de aplicación. A estas prácticas subyace la suposición de que el funcionamiento del saber se logrará con sólo introducirlo y promover su ejercitación, perdiendo de vista que, para adquirir sentido, el conocimiento que se pretende enseñar debe ser una solución apropiada a un problema. Y que, en línea con lo que propone el DC, el trabajo matemático y personal de producción de conocimiento matemático que realice cada estudiante será constitutivo del sentido del conocimiento que construye.

Por otra parte, el DC (2009) distingue entre problemas y ejercicios. En cuanto a los problemas, estos refieren a situaciones en la que las y los estudiantes ponen en juego sus conocimientos, los cuestionan y modifican, produciendo conocimientos nuevos; mientras que los ejercicios tienen que ver con la ejercitación que afianza aprendizajes logrados.

Los referentes antes mencionados se tuvieron en cuenta en el análisis llevado a cabo.

Objetivos

- Indagar sobre las características de las propuestas para la enseñanza del teorema de Thales en textos empleados frecuentemente por las y los docentes en escuelas secundarias del Gran La Plata.

Materiales y metodología

Se analizaron dos textos escolares, denominados Texto 1, del año 2013, y Texto 2 del año 2015, pertenecientes a distintas editoriales, ambos destinados a estudiantes de 14 y 15 años cursantes del tercer año de escuela secundaria. Para seleccionarlos, se utilizó en 2020, un cuestionario que fue respondido durante la pandemia reciente, por veintiséis docentes de la región del Gran La Plata, quienes dijeron utilizar el Texto 1 como material de apoyo para el diseño de las planificaciones de sus clases de Geometría de tercer año de la escuela secundaria en un 46% de los casos. Mientras que el Texto 2 fue

mencionado por el 30% de los docentes. La elección de docentes para responder al cuestionario fue realizada mediante un muestreo por conveniencia, es decir, los sujetos fueron seleccionados dada la conveniente accesibilidad de los mismos para el equipo de investigación, y se recurrió al criterio de saturación.

Para analizar dichos textos, se consideraron los siguientes aspectos:

1. las prácticas de enseñanza de nociones geométricas que proponen;
2. los tipos de tareas que prevalecen;
3. las formas de demostración que promueven.

Se consideraron los NAP y el Diseño Curricular provincial para determinar si, en relación a dichos aspectos, los textos seguían los lineamientos propuestos en ellos.

Resultados

La totalidad de docentes de matemática que respondieron el cuestionario, admitió recurrir siempre o casi siempre a libros de texto para planificar sus clases.

Las prácticas de enseñanza de nociones geométricas

En el Texto 1, el capítulo en el que se trabaja el teorema de Thales comienza abordando las proporciones aritméticas, las propiedades de las proporciones y las proporcionalidades directa e inversa. Se presenta luego la definición del teorema de Thales de manera verbal, junto a un gráfico y a su expresión simbólica; se definen segmentos correspondientes, y se enuncia de manera verbal, junto a tres gráficos y mediante expresiones simbólicas, una consecuencia del teorema relativa a la proporcionalidad de segmentos, que se cumple para los triángulos. Más adelante, se explican y describen detalladamente los gráficos que permiten dividir un segmento en segmentos congruentes, la construcción del cuarto proporcional y del tercero proporcional. Se presenta una sucesión de ejercicios en los cuales las y los estudiantes deben aplicar una definición o recurrir a un ejemplo previo. En general, en la propuesta predominan las prácticas de enseñanza ostensivas.

Por su parte, en el Texto 2, el capítulo que trata el Teorema de Thales inicia con la referencia histórica a Thales de Mileto y la descripción de los posibles procedimientos que habría utilizado para medir la altura de la Gran Pirámide; la construcción de triángulos; triángulos semejantes; criterios de semejanza de triángulos y segmentos proporcionales. Se introducen seguidamente de manera verbal, junto a dos gráficos y las expresiones simbólicas, dos definiciones equivalentes del Teorema de Thales, aludiendo al origen histórico del mismo. A lo largo del capítulo, se presentan algunos ejercicios de

aplicación y numerosos problemas. En la propuesta, las prácticas de enseñanza predominantes son problematizadoras, apuntan a que las y los estudiantes otorguen sentido al conocimiento matemático que producen, requiere que formulen conjeturas, argumenten y elaboren explicaciones.

Las actividades que se proponen a las y los estudiantes

En el Texto 1 las actividades propuestas consisten en un denominado “test de comprensión” de tres preguntas, para verificar la lectura del material teórico, seguido de tres de ejercicios de aplicación. A continuación, se plantea el problema del cálculo de la altura de la Gran Pirámide. Luego se presentan cuatro ejercicios en el marco algebraico, y se proponen tres problemas extramatemáticos, siendo la contextualización del tercero forzada y enfocada en el trabajo algebraico. Hay un nuevo “test de comprensión” de tres preguntas para verificar la lectura de la explicación de las construcciones para dividir un segmento en segmentos congruentes, la construcción del cuarto y el tercero proporcional; y tres ejercicios de aplicación de dichas construcciones. Se presenta una sucesión de ejercicios en las cuales se requiere aplicar una definición o recurrir a un ejemplo previo para su resolución.

En el Texto 2 se presenta una secuencia de cuatro problemas sobre el teorema de Thales, y una lectura, para hacer con todo el grupo clase, del razonamiento que explica una propiedad antes presentada. Luego, se propone a los estudiantes encontrar cómo dividir un segmento en partes iguales mediante dos procedimientos, uno de ellos sin usar regla graduada. Se pide que en parejas discutan la validez del procedimiento de la división del segmento en partes iguales descrito en el texto, y la consideración de las posibles variaciones en la construcción. Más adelante, se presentan un ejercicio de aplicación y dos problemas. Otra vez para resolver en parejas, se introduce un problema de área de un triángulo. Siguen dos problemas, el primero de los cuales permite introducir la definición de base media. Seguidamente, se ubican dos problemas sobre cuadriláteros, el segundo de los cuales plantea una conjetura que también se propone validar a todo el grupo clase. Se presentan tres problemas de razón de semejanza entre perímetros y áreas de triángulos; y un cuarto problema para resolver entre todos que apunta a formular y validar una conjetura. Finalmente, se plantean tres nuevos problemas de razón de semejanza entre perímetros y áreas de triángulos. El capítulo concluye con una colección de diez “problemas para estudiar”. La totalidad de los

problemas presentados son intramatemáticos. En la mayoría de los casos, la respuesta a los mismos es una argumentación, la validación de una conjetura, o una explicación.

Las formas de demostración que se promueven

Con respecto a las formas de demostración que se promueven en el Texto 1, se requieren explicaciones en un par de situaciones.

En el Texto 2 se propone que puedan formular y validar conjeturas; argumentar como medio para decidir si se cumple una propiedad o si un procedimiento es válido; y elaborar explicaciones. Las propiedades conocidas de los objetos geométricos funcionan como soporte para argumentar sobre propiedades nuevas.

Conclusiones y discusión

En este trabajo se analizaron los dos textos escolares más utilizados por las y los docentes de la región del Gran la Plata que participaron de la investigación. En ambos textos, los contenidos abordados son los prescriptos en el DC. Sin embargo, ambos difieren en los posicionamientos didácticos que sostienen.

Se encontró que la propuesta para la enseñanza del teorema de Thales presente en el Texto 2, se encuentra en línea con las orientaciones de los NAP y el DC provincial. Casi de la tercera parte de las y los docentes, prefiere textos que en referencia al tema elegido propician la resolución de problemas, la formulación de conjeturas, la producción de argumentos, y el trabajo tanto individual como en parejas o de todo el grupo clase.

En otra dirección, en el Texto 1 la propuesta para la enseñanza del Teorema de Thales se aleja de los lineamientos propuestos por los documentos oficiales. El estudio muestra que cerca de la mitad de los y las docentes elige textos escolares que, en relación al tema planteado, promueven prácticas de enseñanza ostensivas, y proponen a los estudiantes la resolución de ejercicios de aplicación, favoreciendo el trabajo individual, y no haciendo foco en la producción de conocimiento matemático en el aula. Algunos de esos ejercicios se centran en el marco algebraico.

La investigación realizada deja pendientes algunas preguntas. En primer lugar, por qué, a cinco años o más años de enunciadas las políticas oficiales a través de los documentos curriculares, uno de los textos elaborados por las editoriales no sigue el enfoque de enseñanza de nociones geométricas prescripto en dichos documentos. Y, por otra parte, por qué resulta más elegido por las y los docentes ese material para planificar sus clases.

Referencias bibliográficas

- Ceballos, J. y Blanco, L. (2008), Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88. Recuperado de: <https://revistaseug.ugr.es/index.php/publicaciones/article/view/2247>
- Escudero Pérez, I. (2005). Un análisis del tratamiento de la semejanza en los documentos oficiales y textos escolares de matemáticas en la segunda mitad del siglo XX. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 379-391. Recuperado de: <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/22034/332778>
- García Moreno, A., & Guillén Soler, G. (2008). Diseño de un estudio para el análisis de libros de texto de la Enseñanza Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana. El caso de la geometría. *Investigación en Educación Matemática XII. Comunicaciones de los grupos de trabajo*. Badajoz: SEIEM. Recuperado de: <https://www.uv.es/~gutierre/apregeom/archivos2/GarciaGuillen08.pdf>
- González Astudillo, M. y Sierra Vázquez, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias*. Recuperado de: <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/21699didácticas>
- Juan, M. T. (2007). Libros de texto de nivel medio y enfoque de enseñanza de la geometría. *Premisa*, 34, 37-45. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/23080/>
- Oliver, M. I., Rocerau, M. C., Valdez, G., Vilanova, S., Medina, P., Astiz, M., y Laviada, M. (2003). Análisis del tratamiento de algunos temas de geometría en textos escolares para el tercer ciclo de la educación general básica. *Revista iberoamericana de educación*, 31(1), 1-8.
- Provincia de Buenos Aires. Dirección General de Cultura y Educación (2008). *Diseño curricular para la Educación Secundaria de la Provincia de Buenos Aires: 3º Año*. Recuperado de: https://abc.gob.ar/secretarias/sites/default/files/2021-05/educacion_secundaria_3deg_ano.pdf
- Porras. M. y Martínez, R. (2007). Análisis de una clase de geometría, una experiencia de los alumnos con el hacer matemático, *Yupana*, 1(4), 39-49.
- República Argentina. Ministerio de Educación (2012). *Núcleos de Aprendizaje Prioritarios. Matemática, Educación Secundaria, Ciclo Básico*. Recuperado de <https://www.educ.ar/recursos/110570/nap-matematica-educacion-secundaria-ciclo-basico>
- Sadovsky, P. (2010). *Explicar en clase de matemáticas, un desafío que los niños explican con placer*. Recuperado de <https://docplayer.es/22733096-Explicar-en-la-clase-de-matematicas-un-desafio-que-los-ninos-enfrentan-con-placer.html>

Villella, J. & Contreras González, L. (2005). La selección y uso de libros de texto: un desafío para el profesional de la enseñanza de la matemática. *La Gaceta de la RSME*, 8, 419-433. Recuperado de: [https://www.academia.edu/download/66809598/La seleccin y uso de libros d e texto un 20210503-19308-1rvb820.pdf](https://www.academia.edu/download/66809598/La_seleccin_y_uso_de_libros_d_e_texto_un_20210503-19308-1rvb820.pdf)